В. И. ГЛИЗБУРГ

Алгебра
и начала математического анализа
10 класс

Контрольные работы

для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень)

Под редакцией А. Г. Мордковича

Москва 2009

УДК 373.167.1:[512+517]
ББК 22.141я721+22.161я721
Г54

Глизбург В. И.

Г54 Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Контрольные работы для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / В. И. Глизбург ; под ред. А. Г. Мордковича. — М. : Мнемозина, 2009. — 39 с.

ISBN 978-5-346-01149-1

В пособии приведено примерное планирование курса алгебры и начал математического анализа для 10 и 11-го классов (базового уровня) и контрольные работы в четырех вариантах для 10-го класса. Каждая работа имеет три уровня сложности.

УДК 373.167.1:[512+517]
ББК 22.141я721+22.161я721

ISBN 978-5-346-01149-1

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящий сборник контрольных работ подготовлен для тех учащихся, которые изучают курс алгебры и начал математического анализа в 10-м классе по учебному комплекту, соответствующему базовому уровню образовательного стандарта:

А. Г. Мордкович. Алгебра и начала математического анализа. 10—11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник. — Мнемозина, 2008.

А. Г. Мордкович и др. Алгебра и начала математического анализа. 10—11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник. — Мнемозина, 2008.

Пособие содержит примерное планирование учебного материала из расчета 4 ч в неделю на изучение математики: в первом полугодии 3 ч в неделю на курс алгебры и начал математического анализа и 1 ч в неделю на курс геометрии, во втором полугодии 2 ч и 2 ч соответственно. В планировании имеются ссылки на параграфы из упомянутого учебного комплекта и указано время проведения контрольных работ.

Каждый вариант контрольной работы выстроен по одной и той же схеме: задания обязательного минимума — до первой черты, задания среднего уровня — между первой и второй чертой, задания уровня выше среднего — после второй черты. Шкала оценок за выполнение контрольной работы может выглядеть так: за успешное выполнение только заданий обязательного минимума — оценка 3; за успешное выполнение заданий обязательного минимума и одного дополнительного (после первой или второй черты) — оценка 4; за успешное выполнение заданий всех трех уровней — оценка 5. При этом оценку не рекомендуется снижать за одно неверное решение в первой части работы (допустимый люфт).

Разумеется, учитель имеет право корректировать ту или иную контрольную работу как в сторону усложнения, так и в сторону упрощения; важно лишь не менять заданную концепцию контрольной работы.

А. Г. Мордкович

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Вариант 1

1. Задает ли указанное правило функцию $y = f(x)$:

1) $f(x) = \begin{cases} -x, \text{ если } -2 < x \leqslant 0, \\ \sqrt{x} - 1, \text{ если } x \geqslant 0; \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} x^2, \text{ если } 0 \leqslant x < 2, \\ x + 1, \text{ если } x \geqslant 2? \end{cases}$

В случае положительного ответа:
а) найдите область определения функции;
б) вычислите значения функции в точках 0, 1, 3, −1;
в) постройте график функции;
г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию $y = -\frac{1}{x^5} + 4x^3$ на четность.

3. На числовой окружности взяты точки $M\left(\frac{2\pi}{3}\right)$, $N\left(\frac{\pi}{4}\right)$. Найдите все числа t, которым на данной окружности соответствуют точки, принадлежащие дуге MN. Сделайте чертеж.

4. Задайте аналитически и постройте график функции $y = f(x)$, у которой $E(f) = [1; +\infty)$.

---

5. Найдите функцию, обратную функции $y = 2 - x^2$, $x \geqslant 0$. Постройте на одном чертеже графики этих взаимно обратных функций.

---

6. Известно, что функция $y = f(x)$ убывает на $\boldsymbol{R}$. Решите неравенство $f(|2x + 7|) > f(|x - 3|)$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Вариант 2

1. Задает ли указанное правило функцию $y = f(x)$:

1) $f(x) = \begin{cases} -x + 2, \text{ если } -3 \leqslant x \leqslant 0, \\ \sqrt{x} + 2, \text{ если } x \geqslant 0; \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} x - 2, \text{ если } x \leqslant 2, \\ x + 1, \text{ если } 2 \leqslant x < 4? \end{cases}$

В случае положительного ответа:
а) найдите область определения функции;
б) вычислите значения функции в точках -4, -2, 0, 4;
в) постройте график функции;
г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию $y = \sqrt{x - 3} + x^2$ на четность.

3. На числовой окружности взяты точки $M\left(-\frac{\pi}{4}\right)$, $N\left(\frac{5\pi}{6}\right)$. Найдите все числа t, которым на данной окружности соответствуют точки, принадлежащие дуге MN. Сделайте чертеж.

4. Задайте аналитически и постройте график функции $y = f(x)$, у которой $E(f) = (-\infty; -3]$.

---

5. Найдите функцию, обратную функции $y = x^2 + 7$, $x \geqslant 0$. Постройте на одном чертеже графики этих взаимно обратных функций.

---

6. Известно, что функция $y = f(x)$ возрастает на $\boldsymbol{R}$. Решите неравенство $f(|x - 8|) > f(|2x + 5|)$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Вариант 3

1. Задает ли указанное правило функцию $y = f(x)$:

1) $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x}, \text{ если } 0 < x \leqslant 4, \\ -x - 4, \text{ если } x \leqslant 0; \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1, \text{ если } -2 \leqslant x \leqslant 0, \\ -\sqrt{x}, \text{ если } x \geqslant 0? \end{cases}$

В случае положительного ответа:
а) найдите область определения функции;
б) вычислите значения функции в точках -1, 0, 2, 5;
в) постройте график функции;
г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию $y = \frac{3}{x^4} + 7|x^3| + x^2$ на четность.

3. На числовой окружности взяты точки $K\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$, $L\left(-\frac{\pi}{3}\right)$. Найдите все числа t, которым на данной окружности соответствуют точки, принадлежащие дуге KL. Сделайте чертеж.

4. Задайте аналитически и постройте график функции $y = f(x)$, у которой $E(f) = \{-3;\ 3\}$.

---

5. Найдите функцию, обратную функции $y = \sqrt{x - 2}$. Постройте на одном чертеже графики этих взаимно обратных функций.

---

6. Известно, что функция $y = f(x)$ убывает на $\boldsymbol{R}$. Решите неравенство $f(|2x - 3|) < f(|3x - 4|)$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Вариант 4

1. Задает ли указанное правило функцию $y = f(x)$:

1) $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x}, \text{ если } -3 \leqslant x < 0, \\ -\sqrt{x}, \text{ если } x \geqslant 0; \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} -x - 1, \text{ если } -5 \leqslant x \leqslant 0, \\ x^2 + 1, \text{ если } x \geqslant 0? \end{cases}$

В случае положительного ответа:
а) найдите область определения функции;
б) вычислите значения функции в точках −6, −3, 0, 4;
в) постройте график функции;
г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию $y = x^3|x^4| - \frac{5}{x}$ на четность.

3. На числовой окружности взяты точки $P\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$, $B\left(\frac{\pi}{2}\right)$. Найдите все числа t, которым на данной окружности соответствуют точки, принадлежащие дуге PB. Сделайте чертеж.

4. Задайте аналитически и постройте график функции $y = f(x)$, у которой $E(f) = \{-1;\ 0;\ 1\}$.

---

5. Найдите функцию, обратную функции $y = \sqrt{x + 3}$. Постройте на одном чертеже графики этих взаимно обратных функций.

---

6. Известно, что функция $y = f(x)$ возрастает на $\boldsymbol{R}$. Решите неравенство $f(|3 - x|) < f(|2x + 5|)$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\sin \frac{5\pi}{4}$;

б) $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{6}$;

в) $\cos \frac{\pi}{6} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$;

г) $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} \cos \frac{3\pi}{4} + \operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{6}\right) \sin \frac{\pi}{6}$;

д) $\sin 510^\circ - \sin 270^\circ \operatorname{ctg} 270^\circ$.

2. Упростите выражение $\cos^2 t - \frac{\sin^2 t}{\operatorname{tg}(-t) \operatorname{ctg} t}$.

3. Решите уравнение:

а) $\sin t = \frac{1}{2}$;

б) $\sin \left(\frac{\pi}{2} + t\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

---

4. Известно, что $\operatorname{ctg}(t - \pi) = -\frac{3}{4}$ и $\frac{\pi}{2} < t < \pi$.

Найдите:

а) $\cos \left(\frac{3\pi}{2} - t\right)$;

б) $\cos(\pi + t)$.

---

5. Расположите в порядке возрастания следующие числа: $a = \cos 6$; $b = \cos 7$; $c = \sin 6$; $d = \sin 4$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\sin \frac{13\pi}{6}$;

б) $\operatorname{tg}\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$;

в) $\cos \pi + \operatorname{ctg} \frac{4\pi}{3}$;

г) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos \frac{3\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2}$;

д) $\sin 405° + \cos 225° \operatorname{tg} 225°$.

2. Упростите выражение $\sin^2 t - \frac{\cos^2 t}{\operatorname{ctg}(-t) \operatorname{tg} t}$.

3. Решите уравнение:

а) $\cos t = \frac{1}{2}$;

б) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

---

4. Известно, что $\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + t\right) = \frac{4}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < t < \pi$.

Найдите:

а) $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - t\right)$;

б) $\operatorname{tg}(3\pi + t)$.

---

5. Расположите в порядке убывания следующие числа: $a = \sin 3$; $b = \sin 2$; $c = \cos 3$; $d = \cos 4$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $\cos\frac{5\pi}{3}$;

б) $\operatorname{tg}\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$;

в) $\sin\pi - \operatorname{tg}\frac{3\pi}{4}$;

г) $\operatorname{tg}\pi \operatorname{ctg}\frac{\pi}{4} + \cos\frac{\pi}{2}\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$;

д) $\sin 150° - \cos 720° + \operatorname{tg} 225°$.

2. Упростите выражение $\operatorname{ctg}^2 t\left(-1 + \frac{1}{\cos^2 t}\right)$.

3. Решите уравнение:

а) $\cos t = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

б) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + t\right) = -\frac{1}{2}$.

---

4. Известно, что $\operatorname{tg}(\pi - t) = \frac{3}{4}$ и $\frac{3\pi}{2} < t < 2\pi$.

Найдите:

а) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right)$;

б) $\sin(\pi + t)$.

---

5. Расположите в порядке возрастания следующие числа: $a = \sin 9{,}5$; $b = \sin 7{,}5$; $c = \cos 7{,}5$; $d = \cos 9$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Вариант 4

1. Вычислите:

а) $\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$;

б) $\operatorname{tg}\frac{7\pi}{6}$;

в) $\cos\frac{\pi}{2} - \operatorname{ctg}\frac{5\pi}{4}$;

г) $\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3}\ \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \cos(-\pi)\sin\pi$;

д) $\operatorname{tg}720° + \sin 540° - \operatorname{ctg}135°$.

2. Упростите выражение $\operatorname{tg}^2 t\left(-1 + \frac{1}{\sin^2 t}\right)$.

3. Решите уравнение:

а) $\sin t = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

б) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right) = -\frac{1}{2}$.

---

4. Известно, что $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + t\right) = 2\sqrt{6}$ и $\frac{\pi}{2} < t < \pi$.

Найдите:

а) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - t\right)$;

б) $\cos(2\pi - t)$.

---

5. Расположите в порядке убывания следующие числа: $a = \sin 9{,}5$; $b = \cos 9{,}5$; $c = \sin 2{,}5$; $d = \sin 1{,}5$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Вариант 1

1. Не выполняя построения, установите, принадлежит ли графику функции $y = -\text{ctg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ точка:

а) $M\left(0;\ -\sqrt{3}\right)$;

б) $P\left(\frac{\pi}{6};\ 0\right)$.

2. Исследуйте функцию на четность:

а) $y = x^2 \sin 3x$;

б) $y = |\text{ctg}\, x| + \cos x$;

в) $y = \frac{x^6}{2} - \sin x$.

3. Исследуйте функцию $y = |\text{ctg}\, x| + \cos x$ на периодичность; укажите основной период, если он существует.

4. Решите графически уравнение $-\text{tg}\, x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

---

5. Постройте график функции, указанной в пункте а) или б):

а) $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 1$;

б) $y = 2 \sin \frac{1}{2} x$.

---

6. При каком значении параметра a неравенство
$a - x^2 \geqslant |\sin x|$
имеет единственное решение? Найдите это решение.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Вариант 2

1. Не выполняя построения, установите, принадлежит ли графику функции $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$ точка:

   а) $M(\pi;\ 0)$;
   б) $P(0;\ -1)$.

2. Исследуйте функцию на четность:

   а) $y = \frac{\sin 2x}{x^2}$;
   б) $y = \operatorname{tg} x + 3 + x^5$;
   в) $y = |\sin x| - \cos x$.

3. Исследуйте функцию $y = |\sin x| - \cos x$ на периодичность; укажите основной период, если он существует.

4. Решите графически уравнение $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$.

---

5. Постройте график функции, указанной в пункте а) или б):

   а) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 1$;

   б) $y = \frac{1}{2}\cos 2x$.

---

6. При каком значении параметра a неравенство
   $a + x^2 \leqslant |\cos x|$
   имеет единственное решение? Найдите это решение.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Вариант 3

1. Не выполняя построения, установите, принадлежит ли графику функции $y = -\sin x + 2$ точка:

а) $M(\pi;\ 2)$;

б) $P\left(\frac{\pi}{6};\ 0{,}5\right)$.

2. Исследуйте функцию на четность:

а) $y = \sin x - \operatorname{ctg} x$;

б) $y = x^2 + |\sin x|$;

в) $y = x^3 \cos 2x$.

3. Исследуйте функцию $y = \sin x - \operatorname{ctg} x$ на периодичность; укажите основной период, если он существует.

4. Решите графически уравнение $\sin x = \frac{2}{\pi}x$.

---

5. Постройте график функции, указанной в пункте а) или б):

а) $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$;

б) $y = \frac{1}{2}\cos 3x$.

---

6. При каком значении параметра a неравенство

$$a - |\cos x| \geqslant \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2$$

имеет единственное решение? Найдите это решение.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Вариант 4

1. Не выполняя построения, установите, принадлежит ли графику функции $y = -\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ точка:

   а) $M\left(-\frac{\pi}{3};\ 0\right)$;

   б) $P\left(\frac{\pi}{2};\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

2. Исследуйте функцию на четность:

   а) $y = \cos x - |\operatorname{tg} x|$;

   б) $y = x + x^5 - \sin x$;

   в) $y = \frac{\cos 5x}{x}$.

3. Исследуйте функцию $y = \cos x - |\operatorname{tg} x|$ на периодичность; укажите основной период, если он существует.

4. Решите графически уравнение $-\cos x = \frac{\pi}{2} - x$.

---

5. Постройте график функции, указанной в пункте а) или б):

   а) $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$;

   б) $y = 2\sin 3x$.

---

6. При каком значении параметра a неравенство
   $a - |\sin x| \geqslant (x + \pi)^2$
   имеет единственное решение? Найдите это решение.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $2 \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \sqrt{3}$;

б) $\operatorname{ctg} \left(\arccos \frac{1}{2} + \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

2. Решите уравнение:

а) $3 \sin^2 x + 7 \cos x - 3 = 0$;

б) $\sin^2 x - \cos x \sin x = 0$.

3. Найдите корни уравнения $\sin \left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2}$, принадлежащие полуинтервалу $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

---

4. Решите уравнение $\sin \left(\pi + \frac{3}{4}x\right) - \sin \left(\frac{3\pi}{2} - \frac{3}{4}x\right) = 0$.

---

5. Решите уравнение $3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 0$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $3 \operatorname{arcctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \frac{1}{2} \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$;

б) $\operatorname{tg}\left(\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{arcctg} \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

2. Решите уравнение:

а) $2 \cos^2 x + 5 \sin x - 4 = 0$;

б) $\sin^2 x + \cos x \sin x = 0$.

3. Найдите корни уравнения $\cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$, принадлежащие полуинтервалу $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$.

---

4. Решите уравнение $\sqrt{3} \cos(\pi - 2{,}5x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2{,}5x\right) = 0$.

---

5. Решите уравнение $3 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 4 \cos^2 x = -2$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $\cos\left(\arcsin\frac{1}{2}\right) - \arccos 1$;

б) $\cos\left(3\operatorname{arctg}\sqrt{3} - \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$.

2. Решите уравнение:

а) $4\cos^2 x + 4\sin x - 1 = 0$;

б) $\sin^2 x - \cos x \sin x = 0$.

3. Найдите корни уравнения $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3x}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, принадлежащие полуинтервалу $\left[\frac{3\pi}{2};\ 2\pi\right)$.

---

4. Решите уравнение $\sin(2\pi + 3x) - \sqrt{3}\sin\left(\frac{3\pi}{2} + 3x\right) = 0$.

---

5. Решите уравнение $6\sin^2 x + \sin x \cos x - \cos^2 x = 2$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Вариант 4

1. Вычислите:

а) $\sin\left(\arccos\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) - 2\arcsin 0$;

б) $\operatorname{ctg}\left(6\operatorname{arctg}\dfrac{1}{\sqrt{3}} - \operatorname{arcctg}\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)\right)$.

2. Решите уравнение:

а) $2\sin^2 x - 7\cos x + 2 = 0$;

б) $\cos^2 x + \cos x \sin x = 0$.

3. Найдите корни уравнения $\sin\left(\dfrac{3\pi}{2} + 5x\right) = \dfrac{1}{2}$, принадлежащие полуинтервалу $\left(\dfrac{\pi}{2};\ \pi\right]$.

---

4. Решите уравнение $\cos\left(2\pi - \dfrac{2}{3}x\right) + \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{2}{3}x\right) = 0$.

---

5. Решите уравнение $2\sin^2 x - 5\sin x\cos x - \cos^2 x = -2$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\sin 15°$;

б) $\cos 88° \cos 2° - \sin 88° \sin 2°$;

в) $\sin 50° \cos 5° - \cos 50° \sin 5°$.

2. Упростите выражение $\dfrac{\cos 2\alpha - \sin^2\alpha}{2\sin^2\alpha - \cos^2\alpha}$.

3. Решите уравнение $\dfrac{\operatorname{tg} 4x - \operatorname{tg} 3x}{1 + \operatorname{tg} 4x \operatorname{tg} 3x} = \sqrt{3}$.

4. Найдите корни уравнения $2\sin x + \sin 2x = \cos x + 1$, принадлежащие полуинтервалу $\left[-\dfrac{2\pi}{3};\ \pi\right)$.

---

5. Решите уравнение $\sin 3x + \sin 5x + 2\sin^2 \dfrac{x}{2} = 1$.

---

6. Докажите, что для любого x справедливо неравенство $\cos(8 - x)\cos x < \sin(8 - x)\sin x$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\sin 75°$;

б) $\cos 32° \cos 2° + \sin 32° \sin 2°$;

в) $\sin 95° \cos 5° - \cos 95° \sin 5°$.

2. Упростите выражение $\dfrac{1 + \sin\alpha}{2\cos\alpha + \sin 2\alpha}$.

3. Решите уравнение $\dfrac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x} = 1$.

4. Найдите корни уравнения $\cos x - \cos 2x = 1$, принадлежащие промежутку $\left(-\dfrac{3\pi}{4};\ \pi\right]$.

---

5. Решите уравнение $\cos x + \cos 5x + 2\sin^2 x = 1$.

---

6. Докажите, что для любого x справедливо неравенство $\cos(10 + x) \sin x > \sin(10 + x) \cos x$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Вариант 3

1. Вычислите:
   а) $\cos 75°$;
   б) $\sin 67° \sin 7° + \cos 67° \cos 7°$;
   в) $\sin 87° \cos 3° + \cos 87° \sin 3°$.

2. Упростите выражение $\dfrac{1 - \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha - \cos 2\alpha}$.

3. Решите уравнение $\dfrac{\operatorname{tg} 5x - \operatorname{tg} 3x}{1 + \operatorname{tg} 5x \operatorname{tg} 3x} = -\sqrt{3}$.

4. Найдите корни уравнения $2 \sin x - \cos x = 1 - \sin 2x$, принадлежащие полуинтервалу $\left[-\pi; \dfrac{5\pi}{6}\right)$.

---

5. Решите уравнение $\sin 5x + \sin x + 2 \sin^2 x = 1$.

---

6. Докажите, что для любого x справедливо неравенство $\cos(12 - x) \cos x > \sin(12 - x) \sin x$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Вариант 4

1. Вычислите:
   а) $\cos 15°$;
   б) $\cos 43° \cos 2° - \sin 43° \sin 2°$;
   в) $\sin 95° \cos 5° - \cos 95° \sin 5°$.

2. Упростите выражение $\dfrac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos 2\alpha + \sin^2 \alpha}$.

3. Решите уравнение $\dfrac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 3x}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 3x} = 1$.

4. Найдите корни уравнения $\sin x + \sin 2x = \cos x + 2\cos^2 x$, принадлежащие полуинтервалу $\left(-\dfrac{3\pi}{4};\ \pi\right]$.

---

5. Решите уравнение $\cos 2x + \cos 4x + 2\sin^2 \dfrac{x}{2} = 1$.

---

6. Докажите, что для любого x справедливо неравенство $\cos(7 + x) \sin x < \sin(7 + x) \cos x$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

Вариант 1

1. Вычислите 1, 5 и 100-й члены последовательности, если ее n-й член задается формулой $x_n = (-1)^n \frac{2n-1}{3+n}$.

2. Представьте бесконечную периодическую десятичную дробь 1,(18) в виде обыкновенной дроби.

3. Найдите производную функции:

а) $y = 5x^4 - 2x^3 + \frac{3}{5x} - 7$;

б) $y = 2\sqrt{x} + \frac{1}{2}\sin x - 3\operatorname{tg} x$;

в) $y = \sqrt{x}(5x - 3)$;

г) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

4. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = -3\sin 2x + 5\cos 3x - 7$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

---

5. Докажите, что функция $y = (2x + 3)^9$ удовлетворяет соотношению $3y = (2x + 3)^5 \cdot \sqrt{\frac{y'}{2}}$.

---

6. Найдите знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии, у которой каждый член в 6 раз больше суммы всех ее последующих членов.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

Вариант 2

1. Вычислите 1, 7 и 200-й члены последовательности, если ее n-й член задается формулой $x_n = (-1)^{n+1}(2 + 3n)$.

2. Представьте бесконечную периодическую десятичную дробь 2,(27) в виде обыкновенной дроби.

3. Найдите производную функции:

   а) $y = 7x^5 + 3x^4 - \dfrac{5}{7x} + 4$;

   б) $y = -3\sqrt{x} + \dfrac{1}{3}\cos x - \dfrac{1}{2}\operatorname{ctg} x$;

   в) $y = \sqrt{x}(-2x + 1)$;

   г) $y = \dfrac{x}{x^2 - 1}$.

4. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = -7\cos 3x + 2\sin 5x - 3$ в точке с абсциссой $x_0 = \dfrac{\pi}{3}$.

---

5. Докажите, что функция $y = (2x + 5)^{10}$ удовлетворяет соотношению $8000y^{10}(2x + 5)^{17} - (y')^3 = 0$.

---

6. Сумма бесконечной геометрической прогрессии равна 4, а сумма квадратов ее членов равна 48. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

Вариант 3

1. Вычислите 1, 5 и 8-й члены последовательности, если ее n-й член задается формулой $x_n = 2^{-n}(-1)^n$.

2. Представьте бесконечную периодическую десятичную дробь 0,(13) в виде обыкновенной дроби.

3. Найдите производную функции:

   а) $y = 3x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{5x} + 5$;

   б) $y = 3\sqrt{x} - \frac{1}{2}\sin 4x + \frac{1}{3}\operatorname{ctg} x$;

   в) $y = \sqrt{x}(3x + 1)$;

   г) $y = \frac{2x}{x^2 - 3}$.

4. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = -\frac{1}{3}\sin 3x + 2\cos 4x - 3$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

---

5. Докажите, что функция $y = \sin\left(\frac{x}{2} + 3\right)$ удовлетворяет соотношению $y^2 + (2y')^2 = 1$.

---

6. Найдите знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии, у которой второй член в 8 раза больше суммы всех ее последующих членов.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

Вариант 4

1. Вычислите 1, 3 и 6-й члены последовательности, если ее n-й член задается формулой $x_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n (-1)^{n+1}$.

2. Представьте бесконечную периодическую десятичную дробь 0,(23) в виде обыкновенной дроби.

3. Найдите производную функции:

   а) $y = \frac{5}{7}x^4 + 4x^3 + \frac{2}{3x} - 2$;

   б) $y = 7\sqrt{x} + 0{,}5 \cos 6x - 3 \operatorname{ctg} x$;

   в) $y = \sqrt{x}(5x - 3)$;

   г) $y = \frac{-3x}{x^2 + 2}$.

4. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = -3 \sin 5x + \frac{1}{4} \cos 2x + 2$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

---

5. Докажите, что функция $y = \sin\left(\frac{x}{2} + 3\right)$ удовлетворяет соотношению $(3y)^2 + (6y')^2 = 9$.

---

6. Сумма бесконечной геометрической прогрессии равна 2, а сумма кубов ее членов равна 24. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7

Вариант 1

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \sin\left(3x - \frac{2\pi}{3}\right)$ в точке $x = \frac{\pi}{3}$.

2. Составьте уравнения касательных к графику функции $y = x^4 + x^2 - 2$ в точках его пересечения с осью абсцисс. Найдите точку пересечения этих касательных.

---

3. Исследуйте функцию $y = x^4 - 2x^2 - 3$ на монотонность и экстремумы и постройте ее график.

---

4. Найдите значение параметра a, при котором касательная к графику функции $y = a(1 + \sin 2x)$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{3}$ параллельна биссектрисе первой координатной четверти.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7

Вариант 2

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right)$ в точке $x = \frac{\pi}{2}$.

2. Составьте уравнения касательных к графику функции $y = x^4 - 2x^2 - 8$ в точках его пересечения с осью абсцисс. Найдите точку пересечения этих касательных.

---

3. Исследуйте функцию $y = x - x^3$ на монотонность и экстремумы и постройте ее график.

---

4. Найдите значение параметра a, при котором касательная к графику функции $y = a(7 + \cos 2x)$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{6}$ параллельна прямой $y = -\sqrt{3}x + 7$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7

Вариант 3

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \sqrt{3x + 4}$ в точке $x = 4$.

2. Составьте уравнения касательных к графику функции $y = x^8 + 4x^4 - 5$ в точках его пересечения с осью абсцисс. Найдите точку пересечения этих касательных.

---

3. Исследуйте функцию $y = x^3 - 3x^2 + 2$ на монотонность и экстремумы и постройте ее график.

---

4. Найдите значение параметра a, при котором касательная к графику функции $y = a(\cos 4x - 5)$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{3}$ параллельна биссектрисе второй координатной четверти.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7

Вариант 4

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \sqrt{3x + 6}$ в точке $x = 1$.

2. Составьте уравнения касательных к графику функции $y = x^8 - 15x^4 - 16$ в точках его пересечения с осью абсцисс. Найдите точку пересечения этих касательных.

---

3. Исследуйте функцию $y = x^4 - 10x^2 + 9$ на монотонность и экстремумы и постройте ее график.

---

4. Найдите значение параметра a, при котором касательная к графику функции $y = \frac{1}{2}a(\sin 4x - 3)$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{6}$ параллельна прямой $y = x - \sqrt{5}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8 (2 часа)

Вариант 1

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции:

   а) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 6x + 10$ на отрезке $[0; 1]$;

   б) $y = \cos x - \sqrt{3}\sin x$ на отрезке $[-\pi; 0]$.

2. Найдите диагональ прямоугольника наибольшей площади, вписанного в прямоугольный треугольник с катетами 18 см и 24 см и имеющего с ним общий прямой угол.

---

3. Исследуйте функцию $y = \begin{cases} x^3 - 3x, & \text{если } x < 0, \\ \sin x, & \text{если } 0 \leqslant x \leqslant \pi \end{cases}$

   на монотонность и экстремумы.

---

4. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{1}{3}x^3 - x - 1 = a$ имеет три корня?

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8 (2 часа)

Вариант 2

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции:
а) $y = 3x^4 + 4x^3 + 1$ на отрезке $[-2; 1]$;
б) $y = 2\sin x + \sin 2x$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

2. В прямоугольном треугольнике с катетами 36 и 48 на гипотенузе взята точка. Из нее проведены прямые, параллельные катетам. Получился прямоугольник, вписанный в данный треугольник. Где на гипотенузе надо взять точку, чтобы площадь такого прямоугольника была наибольшей?

---

3. Исследуйте функцию $y = \begin{cases} 2\cos x + x, & \text{если } 0 \leqslant x \leqslant \pi, \\ x^3 + x + 2, & \text{если } x < 0 \end{cases}$
на монотонность и экстремумы.

---

4. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{5}{3}x^3 - 5x - 2 = a$ имеет два корня?

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8 (2 часа)

Вариант 3

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции:
   а) $y = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке $[0; 3]$;
   б) $y = \cos x + \sqrt{3}\sin x$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

2. Сумма катетов прямоугольного треугольника равна 15 см. Каковы должны быть их длины, чтобы гипотенуза треугольника была наименьшей?

---

3. Исследуйте функцию $y = \begin{cases} x^4 - 2x^2, \text{ если } x > 0, \\ \sin x, \text{ если } -\pi \leqslant x \leqslant 0 \end{cases}$
   на монотонность и экстремумы.

---

4. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{2}{3}x^3 - 2x + 1 = a$ имеет менее трех корней?

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8 (2 часа)

Вариант 4

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции:
   а) $y = -2x^3 + 36x^2 - 66x + 1$ на отрезке $[-2; 2]$;

   б) $y = \frac{1}{2}\cos 2x + \sin x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

2. Периметр равнобедренного треугольника равен 18 см. Какими должны быть его стороны, чтобы площадь треугольника была наибольшей?

---

3. Исследуйте функцию $y = \begin{cases} 2\sin x, & \text{если } -\pi \leqslant x \leqslant 0, \\ 2\sqrt{x} - x, & \text{если } x > 0 \end{cases}$

   на монотонность и экстремумы.

---

4. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{4}{3}x^3 - 4x + 3 = a$ имеет более одного корня?

ПРИМЕРНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

(из расчета 3 часа в неделю в 1-м полугодии и 2 часа в неделю во 2-м полугодии)

10 класс

1-е полугодие (48 ч)

Изучаемый материал	Кол-во часов
Глава 1	
Числовые функции (5 ч)	
§ 1. Определение числовой функции и способы ее задания	2
§ 2. Свойства функций	2
§ 3. Обратная функция	1
Глава 2	
Тригонометрические функции (23 ч)	
§ 4. Числовая окружность	2
§ 5. Числовая окружность на координатной плоскости	2
Контрольная работа № 1	1
§ 6. Синус и косинус. Тангенс и котангенс	2
§ 7. Тригонометрические функции числового аргумента	2
§ 8. Тригонометрические функции углового аргумента	1
§ 9. Формулы приведения	2
Контрольная работа № 2	1
§ 10. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график	2
§ 11. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график	2
§ 12. Периодичность функций $y = \sin x$, $y = \cos x$	1
§ 13. Преобразования графиков тригонометрических функций	2
§ 14. Функции $y = \mathrm{tg}\, x$, $y = \mathrm{ctg}\, x$, их свойства и графики	2
Контрольная работа № 3	1
Глава 3	
Тригонометрические уравнения (9 ч)	
§ 15. Арккосинус. Решение уравнения $\cos t = a$	2
§ 16. Арксинус. Решение уравнения $\sin t = a$	2
§ 17. Арктангенс и арккотангенс. Решение уравнений $\mathrm{tg}\, x = a$, $\mathrm{ctg}\, x = a$	1

Изучаемый материал		Кол-во часов
§ 18.	Тригонометрические уравнения	3
	Контрольная работа № 4	1
	Глава 4	
	Преобразование тригонометрических выражений (11 ч)	
§ 19.	Синус и косинус суммы и разности аргументов	2
§ 20.	Тангенс суммы и разности аргументов	1
§ 21.	Формулы двойного аргумента	2
§ 22.	Преобразование сумм тригонометрических функций в произведения	3
	Контрольная работа № 5	1
§ 23.	Преобразование произведений тригонометрических функций в суммы	2

2-е полугодие (34 ч)

Изучаемый материал		Кол-во часов
	Глава 5	
	Производная (28 ч)	
§ 24.	Числовые последовательности и их свойства. Предел последовательности	1
§ 25.	Сумма бесконечной геометрической прогрессии	1
§ 26.	Предел функции	3
§ 27.	Определение производной	3
§ 28.	Вычисление производных	3
	Контрольная работа № 6	1
§ 29.	Уравнение касательной к графику функции	2
§ 30.	Применение производной для исследований функций на монотонность и экстремумы	3
§ 31.	Построение графиков функций	3
	Контрольная работа № 7	1
§ 32.	Применение производной для отыскания наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке	2
	Задачи на отыскание наибольших и наименьших значений величин	3
	Контрольная работа № 8	2
	Повторение	6

11 класс

1-е полугодие (48 ч)

Изучаемый материал	Кол-во часов
Глава 6	
Степени и корни. Степенные функции (15 ч)	
§ 33. Понятие корня n-й степени из действительного числа	2
§ 34. Функции $y = \sqrt[n]{x}$, их свойства и графики	2
§ 35. Свойства корня n-й степени	2
§ 36. Преобразование выражений, содержащих радикалы	3
Контрольная работа № 1	1
§ 37. Обобщение понятия о показателе степени	2
§ 38. Степенные функции, их свойства и графики	3
Глава 7	
Показательная и логарифмическая функции (24 ч)	
§ 39. Показательная функция, ее свойства и график	3
§ 40. Показательные уравнения и неравенства	3
Контрольная работа № 2	1
§ 41. Понятие логарифма	1
§ 42. Логарифмическая функция, ее свойства и график	2
§ 43. Свойства логарифмов	2
§ 44. Логарифмические уравнения	3
Контрольная работа № 3	1
§ 45. Логарифмические неравенства	3
§ 46. Переход к новому основанию логарифма	2
§ 47. Дифференцирование показательной и логарифмической функций	2
Контрольная работа № 4	1
Глава 8	
Первообразная и интеграл (9 ч)	
§ 48. Первообразная	3
§ 49. Определенный интеграл	3
Контрольная работа № 5	1
Резервные уроки	2

2-е полугодие (34 ч)

Изучаемый материал		Кол-во часов
Глава 9		
Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей (11 ч)		
§ 50.	Статистическая обработка данных	2
§ 51.	Простейшие вероятностные задачи	2
§ 52.	Сочетания и размещения	2
§ 53.	Формула бинома Ньютона	2
§ 54.	Случайные события и их вероятности	2
	Контрольная работа № 6	1
Глава 10		
Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств (17 ч)		
§ 55.	Равносильность уравнений	2
§ 56.	Общие методы решения уравнений	3
§ 57.	Решение неравенств с одной переменной	3
§ 58.	Уравнения и неравенства с двумя переменными	1
§ 59.	Системы уравнений	3
§ 60.	Уравнения и неравенства с параметрами	3
	Контрольная работа № 7	2
	Повторение	6

Учебное издание

Глизбург Вита Иммануиловна

АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
10 класс

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ
для учащихся общеобразовательных учреждений
(базовый уровень)

Генеральный директор издательства *М. И. Безвиконная*
Главный редактор *К. И. Куровский*. Редактор *С. Б. Забелина*
Оформление и художественное редактирование: *Т. С. Богданова*
Технический редактор *И. Л. Ткаченко*. Корректор *Л. А. Ключникова*
Компьютерная верстка: *А. А. Горкин*

Санитарно-эпидемиологическое заключение
№ 77.99.60.953.Д.001625.02.08 от 29.02.2008.

Формат 60×90 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Школьная».
Печать офсетная. Усл. печ. л. 2,5. Тираж 25 000 экз. Заказ № 822.

Издательство «Мнемозина». 105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.
Тел.: 8 (499) 367 5418, 367 5627, 367 6781; факс: 8 (499) 165 9218.
E-mail: ioc@mnemozina.ru
www.mnemozina.ru

Магазин «Мнемозина» (розничная и мелкооптовая продажа книг).
105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.
Тел.: 8 (495) 783 8284, 783 8285, 783 8286.

Торговый дом «Мнемозина» (оптовая продажа книг).
Тел./факс: 8 (495) 665 6031 (многоканальный).
E-mail: td@mnemozina.ru

Отпечатано в ООО «Финтрекс».
115477, Москва, ул. Кантемировская, 60.